

Prova Especial de Avaliação de Conhecimentos

(de acordo com n.º 2 do artigo 6.º do Regulamento dos TeSP da UAlg)

Prova de Matemática

06 setembro 2025

17 Páginas

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

Professor Vigilante

Nome: _____

Classificação _____ **Professor Classificador** _____

Instruções Gerais

- A prova está cotada para um total de 200 (duzentos) pontos.
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
- Não é permitido o uso de lápis.
- Não é permitido o uso de calculadora gráfica.
- A prova inclui um formulário.
- Para cada resposta, identifique o grupo e o item.
- Apresente as suas respostas de forma legível.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Formulário

Álgebra

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Áreas

Paralelogramo $A = Base \times Altura$

Losango $A = \frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio $A = \frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Círculo $A = \pi r^2$

Volumes

Prisma e Cilindro $V = \text{área da base} \times \text{altura}$

Pirâmide e Cone $V = \frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Trigonometria

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$$

$$\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$$

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. A seguinte tabela representa a distribuição das notas de Matemática dos alunos de uma turma.

Notas	10	11	12	13	14	15	16
Nº de alunos	7	4	3	a	3	2	1

Sabendo que a média das notas é exatamente 12, quantos alunos têm nota 13?

- (A) 3; (B) 1; (C) 5; (D) 2.

2. Qual dos seguintes conjuntos representa o conjunto solução da inequação

$$2 - \frac{1 - 5x}{3} > 10$$

- (A) $]1, 5 [$; (B) $] - \infty, 5 [$; (C) $] - \infty, -5 [$; (D) $]5, +\infty [$.

3. Sabendo que x é um ângulo agudo e que $\cos(x) = \frac{4}{5}$, o valor exato de $\operatorname{tg}(x)$

é:

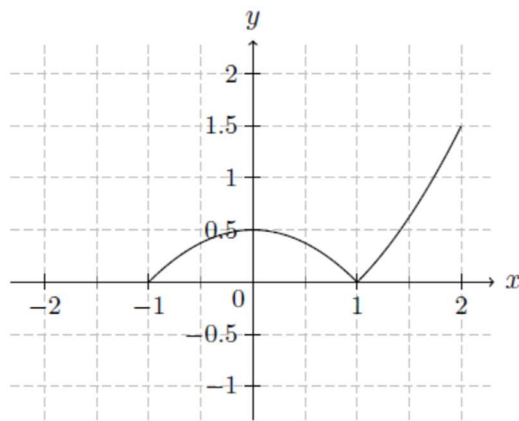
- (A) $\frac{4}{3}$; (B) $\frac{3}{4}$; (C) $-\frac{4}{5}$; (D) $-\frac{3}{4}$.

Página em branco

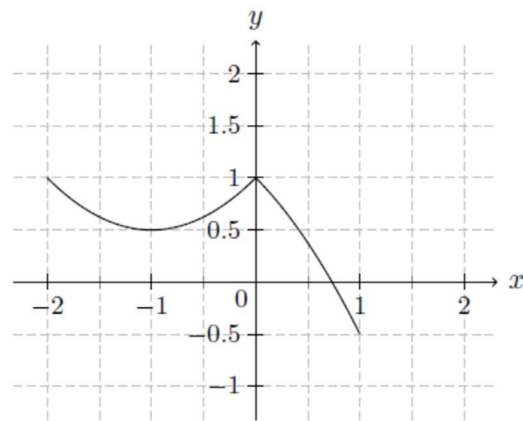
4. O sistema de equações $\begin{cases} ax - 4y = -5 \\ 2x + by = 7 \end{cases}$, tem como solução $x = \frac{1}{2}$ e $y = 2$. Os valores das constantes a e b , são:

- (A) $a = -26$, $b = 4$; (B) $a = 6$, $b = 3$;
(C) $a = 3$, $b = 6$; (D) $a = 26$, $b = -4$.

5. Na figura encontram-se representadas duas funções. À esquerda a função $f(x)$ e à direita a função $g(x)$.



$f(x)$



$g(x)$

Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

- (A) $g(x) = -f(x + 1) + 1$; (B) $g(x) = f(x - 1) + 1$;
(C) $g(x) = f(x + 1) - 1$; (D) $g(x) = -f(x - 1) - 1$.

6. Na figura está representada a circunferência trigonométrica e um retângulo [ABCD].

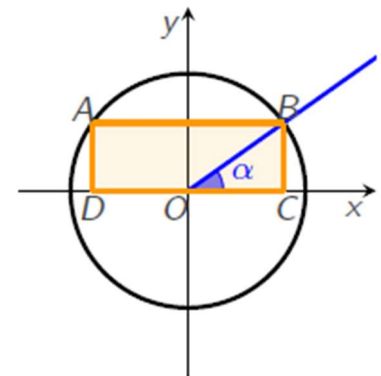
O lado [CD] está contido no eixo das abscissas.

Os vértices A e B pertencem à circunferência.

Seja α é a amplitude do ângulo COB.

A área do retângulo [ABCD] é dada, em função de α , por:

- (A) $2 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha$; (B) $2 \operatorname{tg} \alpha$;
(C) $2 \operatorname{sen} \alpha$; (D) $2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$.



Página em branco

Grupo II

Na resposta aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere as funções reais de variável real, f e g definidas por:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x-5} \quad e \quad g(x) = \frac{x^3-x^2-7x+7}{x^2-1}.$$

- Determine os domínios de $f(x)$ e $g(x)$.
- Simplifique a expressão de $g(x)$.
- Obtenha as soluções naturais (em $\mathbb{N}$) da condição $f(x) \leq 0$.

2. Na figura ao lado está representado um quadrado $[ABCD]$ com 10 m de lado.

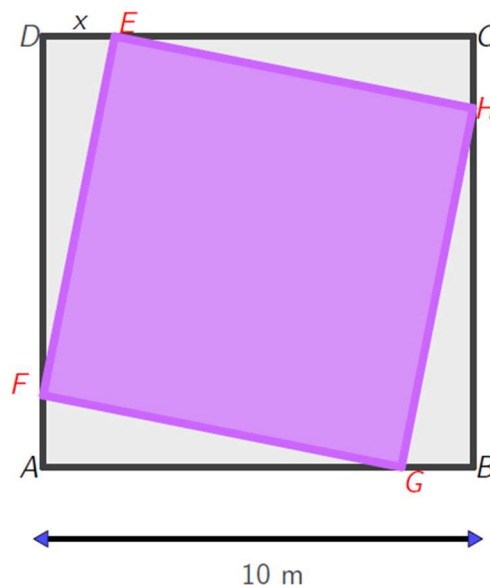
No lado $[CD]$ do quadrado assinalou-se o ponto E e construiu-se o quadrado $[EFGH]$ da forma que a figura sugere.

Considere que $\overline{DE} = \overline{AF} = \overline{GB} = \overline{CH} = x$ metros.

- Mostre que a área do quadrado $[EFGH]$, em função de x , é dada por

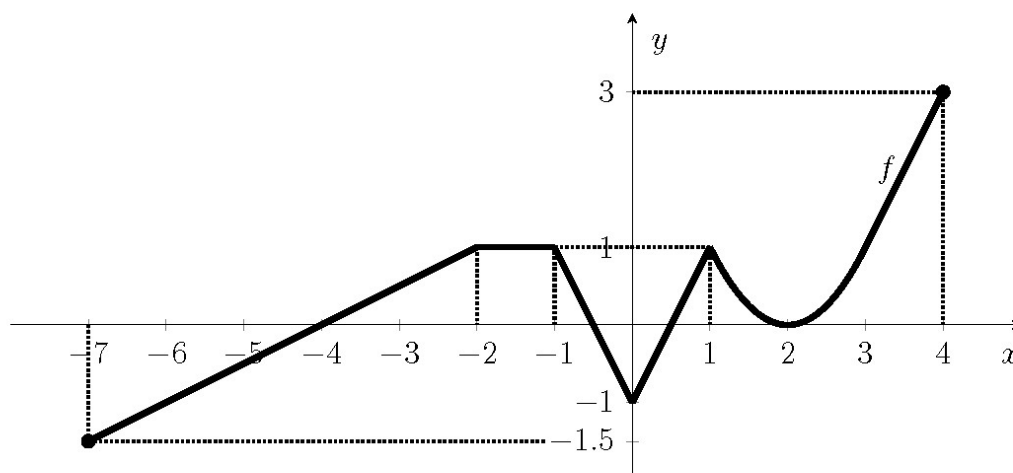
$$A(x) = 2x^2 - 20x + 100.$$

- Determine x de modo que a área do quadrado $[EFGH]$ seja:
 - Mínima;
 - Não superior a 58 m^2 .





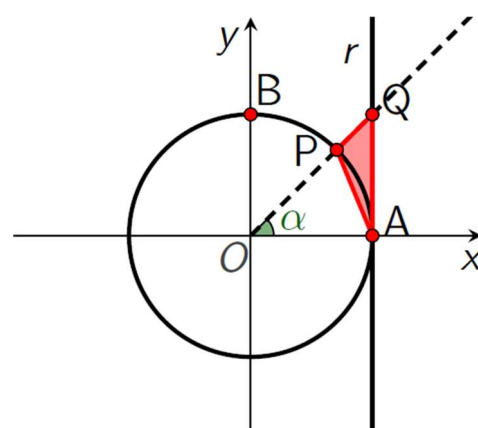
3. Para a função f representada graficamente indique:



- O domínio e o contradomínio;
- Os zeros e os intervalos onde é positiva e negativa;
- Os extremos e os intervalos de monotonia.

4. Na figura está representada a circunferência trigonométrica num referencial ortonormado xOy .

- Os pontos A e B têm coordenadas $(1,0)$ e $(0,1)$, respetivamente;
- O ponto P desloca-se ao longo do arco AB nunca coincidindo com o ponto A nem com o ponto B ;
- Para cada posição do ponto P , seja α a amplitude do ângulo AOP e Q o ponto de interseção da semirreta $\hat{OP}$ com a reta r , de equação $x = 1$.



- Mostre que a área do triângulo $[AQP]$ é dada, em função de α , por

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{sen} \alpha}{2}.$$

- Considere o valor de α para o qual $\overline{AP} = \overline{OP}$. Para esse valor de α , determine:
 - A área do triângulo $[AQP]$;
 - O perímetro do triângulo $[AQP]$.



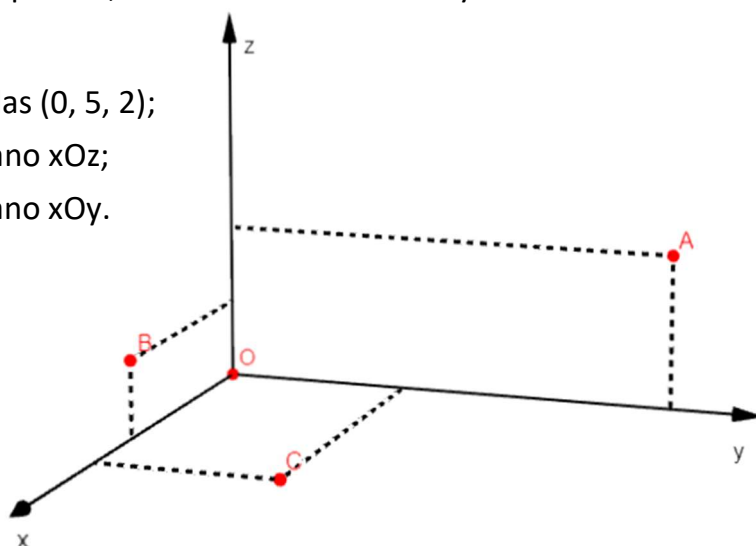
5. Na tabela seguinte apresentam-se os dados relativos à marca dos telefones dos alunos Internacionais da Universidade do Algarve.

Marca	Número de alunos	Frequência relativa
Samsung		0,3
Huawei	421	
XIAOMI		
Apple IPHONE	162	
Total	1260	

A partir dos dados da tabela, diga, justificando, qual a percentagem de alunos com telemóvel da marca XIAOMI.

6. Na figura estão representados três pontos, num referencial o.n. Oxyz.

- o ponto A, que tem coordenadas $(0, 5, 2)$;
- o ponto B, que pertence ao plano xOz;
- o ponto C, que pertence ao plano xOy.



A reta BC tem equação vetorial

$$(x, y, z) = (5, 4, -1) + k(1, 2, -1), \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Mostre que o ponto B tem coordenadas $(3, 0, 1)$ e que o ponto C tem coordenadas $(4, 2, 0)$.
- Mostre que o triângulo $[ABC]$ é retângulo em C.
- Determine a equação geral do plano perpendicular à reta BC e que contém o ponto A.

Adaptado dos exames nacionais

FIM



COTAÇÕES

Grupo I

1 a 6.....(6 × 10 pontos).....60 pontos

Grupo II

1.

1 a) 05 pontos

1 b) 10 pontos

1 c) 10 pontos

2.

2 a) 10 pontos

2 b i) 10 pontos

2 b ii) 10 pontos

3.

3 a) 05 pontos

3 b) 10 pontos

3 c) 10 pontos

4.

4 a) 10 pontos

4 b i) 10 pontos

4 b ii) 05 pontos

5. 15 pontos

6.

6 a) 05 pontos

6 b) 10 pontos

6 c) 05 pontos

Total 200 pontos